

臺灣警察專科學校 113 學年度專科警員班第 43 期正期學生組新生入學考試乙組數學科試題

※注意：(一) 本科目為單選題，共 40 題，每題 2.5 分，計 100 分。

(二) 未作答者不給分，答錯者不倒扣。

(三) 請將正確答案以 2B 鉛筆劃記於答案卡內。

准考證號：_____

- 化簡 $\sqrt{14+8\sqrt{3}} + \sqrt{14-8\sqrt{3}} = ?$
(A) $3\sqrt{2}$ (B) $3\sqrt{3}$ (C) $4\sqrt{2}$ (D) $4\sqrt{3}$ 。
- 試問有多少個正整數 n 滿足 $100 \leq (1.5)^n \leq 500$? (已知 $\log 2 \approx 0.3010$, $\log 3 \approx 0.4771$)
(A) 4 個 (B) 5 個 (C) 6 個 (D) 7 個。
- 已知 $(2, \log 2)$, $(3, \log 3)$, $(6, \log a)$ 三點共線，試求 a 之值為何?
(A) $\frac{9}{2}$ (B) $\frac{49}{8}$ (C) 8 (D) $\frac{81}{8}$ 。
- $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 7$, $\overline{BC} = 8$, $\overline{AC} = 5$ ，在 \overline{BC} 上取 D 點使得 $\overline{BD} = 6$ ，求 $\overline{AD} = ?$
(A) $\sqrt{19}$ (B) $\sqrt{21}$ (C) $\sqrt{23}$ (D) $\sqrt{26}$ 。
- 設 I_2 是單位方陣，且 $A = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix}$ 是 2 階方陣，則滿足 $A^2 = I_2$ 之方陣 A 的個數為何?
(A) 1 個 (B) 2 個 (C) 4 個 (D) 6 個。
- 已知平面 E 的三軸截距和為 14，且平行於平面 $F: 2x + y - 3z = 15$ ，試求平面 E 和 F 的距離為何?
(A) $\frac{1}{\sqrt{14}}$ (B) $\frac{3}{\sqrt{14}}$ (C) $\frac{5}{\sqrt{14}}$ (D) $\frac{7}{\sqrt{14}}$ 。
- 從 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 這九個數中任意取出三個相異的數，則三數乘積是一完全平方數的取法有幾種?
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6。
- 已知二階方陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 滿足 $AB = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ ，則 $a + b + c + d = ?$
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) -2。
- 在坐標平面上，已知三角形 ABC 的面積為 4 平方單位，若 $\overrightarrow{AP} = r\overrightarrow{AB} + s\overrightarrow{AC}$ ，其中 r, s 為實數，且 $-2 \leq r \leq 1$, $-1 \leq s \leq 1$ ，則所有 P 點所形成的區域面積為多少平方單位?
(A) 16 (B) 24 (C) 32 (D) 48。
- 由 1, 2, 3, 4, ..., 15 等十五個自然數中，任取相異三個數，則其和為偶數的取法有幾種?
(A) 35 (B) 154 (C) 196 (D) 231。
- 若 a 是一個實數，對任意實數 x ， $ax^2 + (a+1)x + 2a - 1$ 之值恆正，則 a 可能是下列何數?
(A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2。

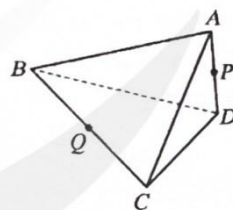
12. 一袋中有大小相同的白球 2 個，紅球 4 個，黃球 3 個，今自袋中每次取一球，取後不放回，共取三球，求三球皆異色之機率為何？
 (A) $\frac{4}{21}$ (B) $\frac{2}{7}$ (C) $\frac{3}{8}$ (D) $\frac{5}{24}$ 。
13. 將一正方形紙 $ABCD$ 沿對角線 \overline{BD} 摺起，使得 $\angle ABC = \theta$ ，若平面 ABD 與平面 CBD 之夾角為 60° ，求 $\cos \theta$ 之值為何？
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 。
14. 一種檢驗某傳染病的儀器，依過去的篩選經驗得知：患此病的人，有 90% 的機率經此儀器檢驗會呈現陽性反應；不患此病的人，也有 5% 的機率會被誤檢而呈現陽性反應。假設某地區有 6% 的人罹患此病，從此地區中任選一人接受檢驗；若檢驗結果呈陽性反應，求此人確實罹患該病的條件機率為何？
 (A) $\frac{45}{101}$ (B) $\frac{48}{101}$ (C) $\frac{51}{101}$ (D) $\frac{54}{101}$ 。
15. 設通過圓 $C: (x+2)^2 + (y-1)^2 = 10$ 上一點 $(1, 0)$ 所作的切線為 L ，則 L 與兩坐標軸所圍成的三角形面積為何？
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{5}{2}$ (D) $\frac{7}{2}$ 。
16. 設 x, y, z 均為實數，且 $x^2 + y^2 + 4z^2 = 6$ ，求 $2x - y + 2z - 3$ 之最大值為何？
 (A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 12。
17. 若數列 $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{1}, \frac{1}{3}, \frac{2}{2}, \frac{3}{1}, \frac{2}{4}, \frac{3}{3}, \frac{4}{2}, \frac{4}{1}, \dots$ 依此規則排序，則 $\frac{7}{13}$ 是第幾項？
 (A) 177 (B) 178 (C) 179 (D) 180。
18. 下列哪一個三角函數值最大？
 (A) $\sin \frac{\pi}{6}$ (B) $\cos \frac{\pi}{5}$ (C) $\sin 1$ (D) $\sin 2$ 。
19. 將 $C_0^{20} + 3C_1^{20} + 9C_2^{20} + \dots + 3^{20}C_{20}^{20}$ 化簡後是幾位正整數？ ($\log 2 \approx 0.3010$)
 (A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14。
20. 已知 $x - 2y + 2z - 5 = 0$ ，則 $\sqrt{(x+5)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2}$ 的最小值為何？
 (A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12。
21. 二等差數列 $\langle a_n \rangle$ ， $\langle b_n \rangle$ 其前 n 項和分別為 S_n, T_n ，若 $S_n : T_n = (7n+3) : (2n+5)$ ，則 $\frac{a_2 + a_{10}}{b_2 + b_{10}} = ?$
 (A) $\frac{45}{17}$ (B) $\frac{80}{27}$ (C) $\frac{73}{25}$ (D) $\frac{94}{31}$ 。
22. 已知 $A(0, 4)$ ， $B(4\sqrt{3}, 0)$ ，若 P 為圓 $x^2 + y^2 = 4$ 上任一點，求 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ 的最大值為何？
 (A) 20 (B) 24 (C) 28 (D) 32。

23. 假設細菌 A 的數量每小時可以成長為兩倍，細菌 B 的數量每小時可以成長為四倍；若取等數量的 A, B 兩種細菌，則經過幾小時後細菌 B 數量是細菌 A 數量的 512 倍？
 (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10。

24. 假設某地方偵測出腸病毒經過 t 日後，被感染的人數為函數 $f(t) = -t^3 + 12t + 48, t \geq 0$ ，若依此函數估計，請問經過幾日後感染腸病毒人數將會最多呢？
 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5。

25. 將一個直圓柱形的蛋糕捲，以一刀將其平分成同等大小的兩塊，則其截面不可能會是下列哪個圖形或其一部分？
 (A) 圓 (B) 長方形 (C) 雙曲線 (D) 橢圓。

26. 如右圖，已知四面體 $ABCD$ 的稜邊 \overline{CD} 垂直於平面 ABD ， $\overline{AD} \perp \overline{BD}$ ， $\overline{AD} = 2$ ， $\overline{BD} = 4$ ， $\overline{CD} = 4$ 。設 P, Q 分別為 \overline{AD} 與 \overline{BC} 的中點，則 $\overline{PQ} = ?$
 (A) $2\sqrt{2}$ (B) 3 (C) $2\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{14}$ 。



27. 甲、乙、丙三人同射一靶，每人一發，設甲、乙、丙的命中率各為 0.6、0.7、0.5，在互不影響的情況下，試問：該靶恰中二發的機率為何？
 (A) 0.39 (B) 0.42 (C) 0.44 (D) 0.47。

28. 設 $x = \sqrt{6 + \sqrt{20}}$ ， $y = \sqrt{6 - \sqrt{20}}$ ，求 $x^3 - y^3 = ?$
 (A) 16 (B) $16\sqrt{5}$ (C) 32 (D) $32\sqrt{5}$ 。

29. 設 $\tan 140^\circ = k$ ，試以 k 表 $\sin 230^\circ$ 之值？
 (A) $\frac{1}{\sqrt{1+k^2}}$ (B) $-\frac{1}{\sqrt{1+k^2}}$ (C) $\frac{k}{\sqrt{1+k^2}}$ (D) $-\frac{k}{\sqrt{1+k^2}}$

30. 設地球半徑為 6370 公里，試求北緯 30° 緯線所形成圓的直徑長度約為多少公里？
 (A) 3185 (B) 6370 (C) $3185\sqrt{3}$ (D) $6370\sqrt{3}$ 。

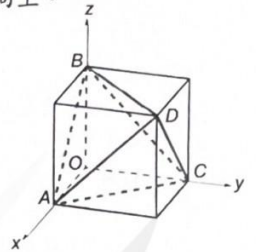
31. 極坐標平面上，設 O 為極點，若兩點 $A[2, 130^\circ]$ ， $B[4, 220^\circ]$ ，且 C 為 \overline{AB} 中點，求 \overline{OC} 的長度為何？
 (A) $\sqrt{3}$ (B) 2 (C) $\sqrt{5}$ (D) $\sqrt{6}$ 。

32. 已知三次函數 $f(x)$ 的對稱中心為 $(2, 0)$ ，且 $f(0) = 0, f(-3) > 0$ ，試問下列六個函數值： $f(-2), f(1), f(3), f(4), f(5), f(6)$ 有多少個是正數？
 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5。

33. 已知坐標平面上 x, y 坐標皆為整數值的點稱作格子點，試問不等式組 $\begin{cases} x+y \leq 0 \\ (x-3)^2 + (y+4)^2 \leq 5 \end{cases}$ 所表示的圖形區域中有多少個格子點？
 (A) 15 (B) 16 (C) 17 (D) 18。

34. 有一條繩子長 20 公尺，沿著筆直的河邊圍成一長方形，河邊不必用繩子圍，則這條繩子所圍成的長方形中，最大面積為多少平方公尺？
 (A) 16 (B) 25 (C) 36 (D) 50。

35. 已知一個稜長為 2 的正四面體 $ABCD$ 可以放進一個正方體裡，如右圖。今建立空間坐標系，使得正立方體的一個頂點 O 為原點，且 A, C, B 三點分別在 x 軸， y 軸與 z 軸的正向上。求正四面體 $ABCD$ 的兩歪斜線 \overline{AB} 與 \overline{CD} 的距離。
 (A) 1 (B) 2 (C) $\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{6}$ 。

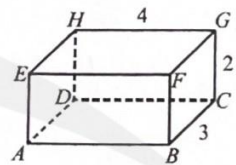


36. 設某班 10 位同學的國文成績 x 與英文成績 y ，其平均數 $\mu_x = 65$ ， $\mu_y = 70$ ，標準差 $\sigma_x = 10$ ， $\sigma_y = 5$ ，相關係數 $r = 0.8$ ，若班上小祥的國文成績 70 分，請利用 y 對 x 的最適直線方程式預測小祥的英文成績為何？
 (A) 68 (B) 70 (C) 72 (D) 75。

37. 已知 A 是二階方阵，且滿足 $A \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ， $A \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ，則 $A^3 = ?$

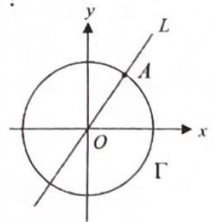
- (A) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ 。

38. 有一個長方體 $ABCD-EFGH$ ，其中 $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{AE} = 2$ ， $\overline{AD} = 3$ 。有一隻螞蟻沿著長方體的表面（每一面都可以），由 A 點走到 G 點，求最短路徑為何？
 (A) $3 + \sqrt{20}$ (B) $4 + \sqrt{13}$ (C) $\sqrt{41}$ (D) 7。



39. 如右圖， L 為坐標平面上通過原點 O 的直線， Γ 是以 O 為圓心的圓，且直線 L 與圓 Γ 有一個交點 $A(3,4)$ 。已知 B, C 為 Γ 上的相異兩點滿足 $\overline{BC} \cdot \overline{OA} = 0$ 且 $\triangle ABC$ 為正三角形。求 $\triangle ABC$ 的面積為何？

- (A) $\frac{25}{4}\sqrt{3}$ (B) $\frac{25}{2}\sqrt{3}$ (C) $\frac{75}{4}\sqrt{3}$ (D) $25\sqrt{3}$ 。



40. 從某班抽樣 10 位學生，其國文成績 X 與英文成績 Y 如下：

| | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----------------|
| 國文 | 64 | 60 | 60 | 68 | 60 | 62 | 62 | 66 | 66 | 72 | 平均 $\mu_x = 64$ |
| 英文 | 72 | 60 | 58 | 80 | 76 | 68 | 64 | 72 | 68 | 82 | 平均 $\mu_y = 70$ |

試求國文成績 X 與英文成績 Y 的相關係數為何？

- (A) 0.7 (B) 0.75 (C) 0.8 (D) 0.85。